



MODELACIÓN FÍSICA DEL ALIVIADERO LATERAL TIPO CANAL DE LA PRESA DE ENROCADO PAMPAS PADILLA

Aragón, V.^a, Zapata, R.^b, Hernández, C.^c

^a Universitario de la Facultad de Ingeniería Civil (USFX), Destacamento 317, Ex Campus REFISUR, 573, Sucre, Bolivia. E-mail: victorandresaragon@gmail.com

^b Investigador Principal del Instituto de Aguas, Coordinador y Docente de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Civil (USFX), Destacamento 317, Ex Campus REFISUR, 573, Sucre, Bolivia. E-mail: zapatabo@yahoo.es.

^c Docente investigador del Instituto de Aguas de la Facultad de Ingeniería Civil (USFX), Destacamento 317, Ex Campus REFISUR, 573, Sucre, Bolivia. cori_h5@yahoo.es.

RESUMEN

El aliviadero lateral tipo canal es uno de los tipos más comunes de aliviadero provisto en presas de materiales sueltos para evacuar los caudales excedentes correspondientes a avenidas máximas. El flujo en este tipo de aliviaderos es muy complejo debido a que la descarga lateral cambia a lo largo de su longitud. En este estudio, se analizó de forma numérica y experimental el comportamiento hidráulico del aliviadero lateral tipo canal de la Presa Pampas Padilla aplicando el modelo bidimensional IBER y la implementación de un modelo físico a escala 1:35. Los perfiles de la superficie del agua obtenidos mediante el análisis hidráulico bidimensional se validaron con los obtenidos experimentalmente a través del modelo reducido, los resultados obtenidos muestran una buena correlación entre la simulación numérica y la información experimental obtenida del modelo físico. La simulación numérica demostró ser útil para analizar flujos complejos como es el caso de los aliviaderos laterales tipo canal, estableciendo criterios de diseño.

Palabras clave: aliviaderos tipo canal, modelación hidráulica bidimensional física/numérica.

ABSTRACT

Side Channel spillway is one of the most common types of spillway provided in earthen dams to evacuate excess flows corresponding to maximum floods. The flow in this type of spillway is very complex because the lateral discharge changes along its length. In this study, the hydraulic behavior of the side channel spillway of the Pampas Padilla Dam was numerically and experimentally analyzed by applying the two-dimensional IBER model and the implementation of a physical model at 1:35 scale. The water surface profiles obtained through the two-dimensional hydraulic analysis were validated with those obtained experimentally through the physical model, the results obtained show a good correlation between the numerical simulation and the experimental information obtained from the physical model. Numerical simulation proved useful to analyze complex flows such as side channel spillways, establishing design criteria.

Key words: channel type spillways, two-dimensional physical / numerical hydraulic modeling

INTRODUCCIÓN

Los aliviaderos laterales tipo canal, son estructuras hidráulicas que se proyectan usualmente en presas de materiales sueltos, con el fin de evacuar el exceso de agua en el embalse, evitando el desbordamiento y posible daño de la presa (Ahmed y Aziz, 2018). Por esta razón, es de suma importancia estudiar las características hidráulicas de este tipo de aliviaderos, dado que se presenta un flujo gradualmente variado con incremento de caudal a lo largo del vertedero lateral (Subramanya, 2009).

En el pasado, el estudio de la hidráulica sobre aliviaderos laterales fue basado principalmente en modelos físicos (Mao et al, 2006); sin embargo, con el desarrollo de los ordenadores el uso de la dinámica de fluidos computacional (DFC) en el análisis de flujo sobre aliviaderos ha avanzado notablemente.

La mayoría de los investigadores, Savage y Johnson (2001), Chen et al. (2002), Dargahi (2006), Cheng et al. (2006) y Mao et al. (2006), trabajaron en el modelo numérico para diferentes tipos de desbordamiento en aliviaderos. Chancel y Doering (2007) discutieron varias configuraciones de aliviaderos utilizando el programa FLOW-3D. Sobre la base de la experimentación con modelos físicos, Bremen y Hager (1990) estudiaron el desarrollo del flujo espacial y las características de arrastre de aire del flujo de canal lateral, incluida una descripción del denominado vórtice de tornado. Guercio y Magini (1994) también publicaron un estudio similar. Unami et al. (1999) apuntó a una descripción del flujo de canal lateral empleando un enfoque computacional. Sin embargo, muy pocos han combinado el uso de modelos físicos y numéricos para describir el comportamiento y perfil hidráulico en aliviaderos, particularmente de los laterales tipo canal.

Este estudio, aborda la modelización híbrida del aliviadero tipo canal de la presa de enrocado Pampas Padilla, que consiste en un enfoque combinado a través de la construcción del modelo físico y numérico, para estudiar sus características hidráulicas con miras a verificar y optimizar su diseño.

PRESA DE ESCOLLERA PAMPAS PADILLA

La presa de Pampas Padilla, se encuentra ubicada en el municipio de Padilla, provincia Tomina, forma parte del Proyecto de Riego Pampas Padilla, Chuquisaca, y está destinada al almacenamiento de los recursos hídricos necesarios para la puesta en riego de una superficie se alrededor de 78.84 km² dentro de las comunidades de Campo Redondo, Lampazos, La Ciénega y Recalde.

La presa de Pampas Padilla deberá servir también para el control de avenidas, abastecimiento de agua para uso urbano y mantenimiento de los caudales ecológicos. La cortina es de enrocamiento con núcleo de arcilla, la obra de excedencias de la presa, se basa principalmente en un vertedor lateral tipo canal.

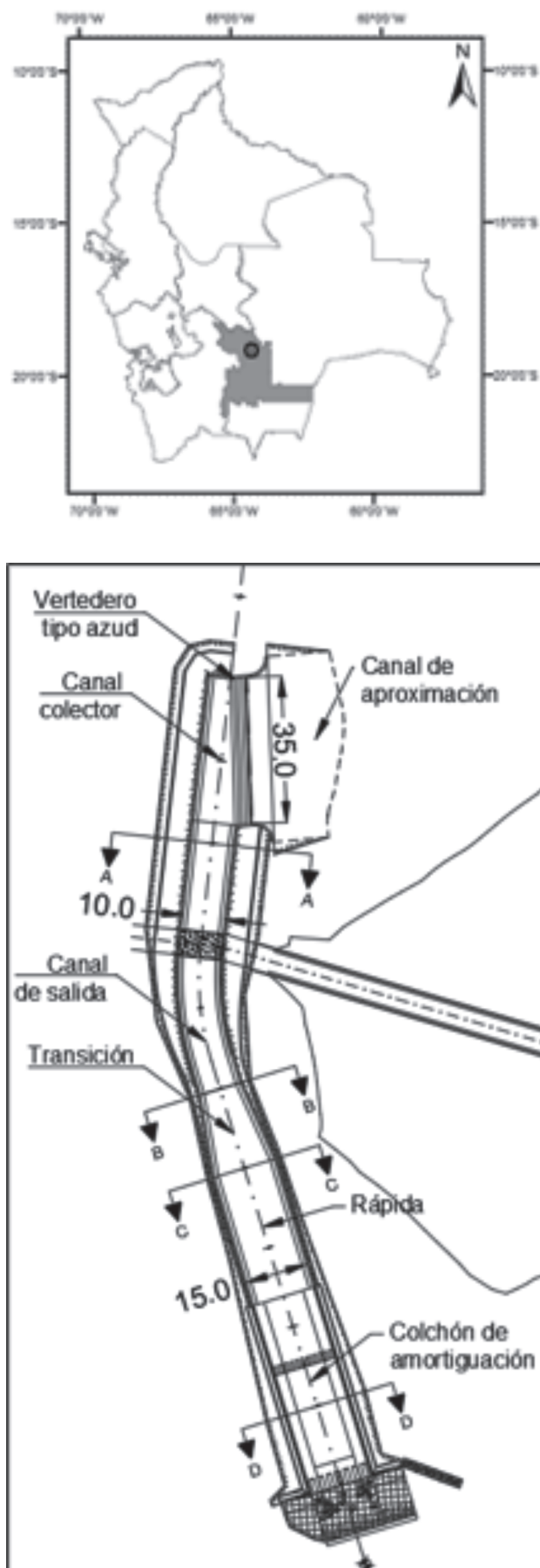


Figura 1 Ubicación del área de estudio

MATERIALES Y MÉTODOS

Características de la presa

Presa de enrocado con núcleo de arcilla de 32 metros de altura, capacidad de embalse útil de 4,802,497 m³, con un volumen muerto de 2,348,127 m³. La capacidad total del almacenamiento del embalse, incluyendo embalse muerto y embalse útil es de 7,150,624 m³.

Tipo de vertedor

El aliviadero es de tipo canal a superficie libre, a la entrada se encuentra un perfil Creager seguido de una rápida y finalizando con unos disipadores de energía tipo dados, su sistema hidráulico está gobernado por la ecuación: $Q = 2.1 \times B \times H^{3/2}$, donde el coeficiente de descarga de 2.1 corresponde a condiciones de caudal libre. El aliviadero de la Presa Padilla es complejo debido a la gran capacidad de descarga requerida.

Tabla 1 Datos para el Diseño del Vertedero

VERTEDERO	DATOS
Caudal Q (*)	205.44
Longitud L	35
Carga Ho	2
Caudal q	5.87
Acel. Grav. g	9.81
Manning Coef.	0.018

Elaboración: GANDARILLAS SRL

Análisis de escala del modelo

Un modelo físico debe ser construido de tal manera que cumpla tanto con la ley de similitud escogida, así como con la facilidad operacional en donde se implante, medición, observación, accesibilidad, etc. y que no esté dentro de rangos de costos no excesivos para no perjudicar al presupuesto del proyecto.

Aspectos para seleccionar la escala adecuada:

- El espacio físico o área disponible donde se va a construir el modelo.
- La capacidad del sistema de alimentación de caudal al modelo.
- La similitud que gobierna en el fenómeno.
- Instrumentación disponible para realizar mediciones como: calados, presión, velocidad, etc.
- Materiales con los cuales se va a representar el modelo, para el presente trabajo, el modelo debe ser hidráulicamente más liso que el prototipo.
- Factor económico.
- Colaboración de profesionales especialistas en el área.

De acuerdo con los criterios de similitud, para que exista semejanza entre prototipo y modelo en el caso de flujos a superficie libre, con flujo turbulento, donde la fuerza de gravedad es dominante (canales y ríos), el modelo debe diseñarse según la ley de Semejanza o Criterio de Similitud de Froude: Ecuación 1 Numero de Froude.

Selección de escala

En la tabla 2 se hace la comparación de posibles escalas de entre las cuales se escogerá la más conveniente para la construcción del modelo físico.

Tabla 2 Consideraciones de escalas.

LE	QM	ANCHO MÍN.	TIRANTE MÁX.	TIRANTE MÍN.
Esc.	(m ³ /seg)	(m)	(m)	(m)
5	41.0880	2.00	1.12	0.07
10	0.6497	1.00	0.56	0.03
15	0.2358	0.67	0.37	0.02
20	0.1148	0.50	0.28	0.02
25	0.0657	0.40	0.22	0.01
30	0.0417	0.33	0.19	0.01
35	0.0283	0.29	0.16	0.01
40	0.0203	0.25	0.14	0.01
45	0.0151	0.22	0.12	0.01
50	0.0116	0.20	0.11	0.01

Después de analizar los datos de la tabla 3.3, se descarta las escalas mayores a 1:35 debido al factor constructivo y económico.

Se escoge la escala 1:35 para el modelo físico que representará el prototipo debido a que es la escala más factible constructiva y económicamente hablando. Además, la escala seleccionada se encuentra dentro del rango de escalas recomendadas por (Vergara Sánchez, 1993), pag 27 para modelos de vertedores ($20 < L_e < 70$).

Con la escala de longitud $L_e = 1:35$ se tienen las siguientes relaciones de escalas para el modelo:

Tabla 3 Relaciones del modelo.

CARACTERÍSTICA	ESCALA DE SEMEJANZA	ESCALA
Longitud	L_e	35,00
Área	$A_e = L_e^2$	1225,00
Velocidad	$V_e = L_e^{1/2}$	5,92
Gasto	$Q_e = L_e^{5/2}$	7247,20
Rugosidad	$n = L_e^{1/6}$	1,81

De acuerdo con estas relaciones de escalas, para las condiciones de gasto máximo $Q_p = 205.44 \text{ m}^3/\text{s}$ y $Q_m = 0.0283 \text{ m}^3/\text{s}$, resulta lo siguiente:

Tabla 4 Relaciones- prototipo vs. Modelo.

	PROTOTIPO	MODELO
Ancho mínimo del vertedor (m)	10.00	0.29
Carga máxima sobre el vertedor (m)	5.59	0.16
Carga mínima sobre el vertedor (m)	0.34	0.01
Gasto (m3/seg)	205.44	0.0283
Rugosidad	0.018	0.010

Modelación numérica del prototipo

La modelación hidráulica bidimensional, permite tener un mayor acercamiento, y ajuste a la realidad, para proseguir con la construcción del modelo físico.

Previo al diseño de las obras complementarias del proyecto se vio por conveniente realizar simulaciones en 2D del modelo, para tener una idea de cómo funcionara el modelo hidráulico en la realidad, así teniendo en cuenta las obras adicionales que se deberán construir como las previsiones que se deberán de tomar en la etapa de diseño y construcción. Teniendo como objetivo solucionar el problema que se presentó al modelar parte del embalse, estos problemas son:

- La dinámica, laminación y la entrada del flujo al aliviadero se vieron afectadas al momento de modelar solo una parte del embalse.
- La turbulencia a la entrada del caudal, debido el sistema de recirculación, utilizando bombas de agua.

Datos importantes extraídos de la modelación numérica

- *Cota de agua*

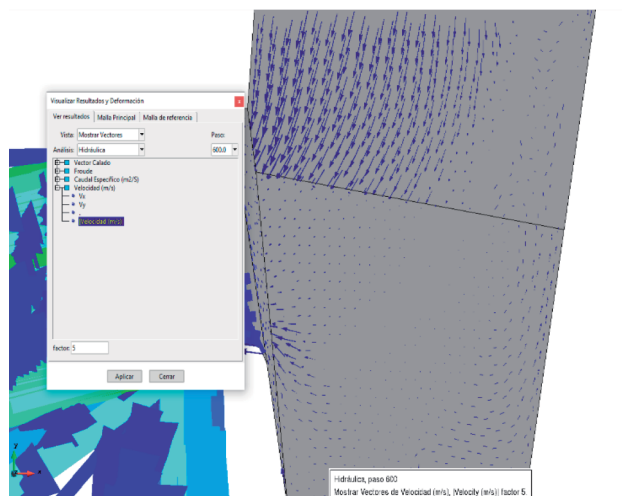
En la figura 2 podemos observar los niveles máximos (0.88m) y mínimos (0.02m), siendo estos parámetros muy importantes a la hora de dar altura a los muros del aliviadero y del tanque de alimentación.


Figura 2 Cotas de agua

-Velocidad del flujo

Gracias a los vectores de velocidad se puede observar la cinemática del fluido a la entrada del aliviadero, ver figura 3.

Siendo este el respaldo utilizado para garantizar similitud cinemática entre prototipo y modelo.


Figura 3 Vectores velocidad

CONSTRUCCIÓN DEL MODELO FÍSICO

Se realizó la configuración del modelo físico de la presa Pampas Padilla en un espacio aproximado de 100 m², con un sistema de recirculación que tiene la capacidad de 40 litros por segundo.

Las principales partes que componen el modelo son:

- Cimientos de empedrado (espesor=20cm) y carpeta de hormigón (espesor=10cm).
- El tanque de alimentación del flujo, fabricado con muros de ladrillo gambote de 18 huecos, revestida al interior con hormigo e impermeabilizante Sika y pintura impermeable para piscinas.
- Disipador de energía, conformada por dos filas de ladrillo de 6 huecos y la cortina de ladrillo gambote de 18 huecos.
- Vertedero lateral tipo canal con un aliviadero Creager, con muros de ladrillo gambote de 18 huecos y relleno de hormigón ciclópeo, ambos revestidos con una capa impermeable de hormigo con impermeabilizante Sika con un acabado de masilla y pintura para automóviles.
- Tanque de retroalimentación de ladrillo gambote 18H y recubrimiento de hormigón con impermeabilizante Sika.
- Sistema de bombeo, conformado por dos bombas centrifugas ICH 300/6^a de 3HP de la marca CYTI PUMPS un sistema de succión e impulsión de tuberías de PVC de 3" y 2" esquema 40 con accesorios de PVC E40 y cobre

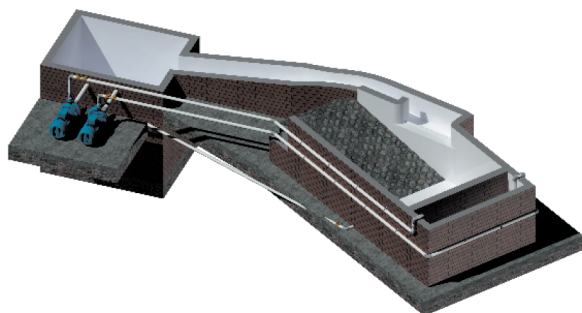


Figura 4 Diseño del modelo 3D



Figura 5 Modelo físico

RESULTADOS EXPERIMENTALES

Medición de gastos

La medición del sistema de recirculación consistió en la obtención del gasto para cada sistema de bombeo, el ajuste de los datos medidos experimentalmente y los datos simulados, con el fin de determinar el caudal que transita por el vertedor de la presa. En la figura 6, se muestran las mediciones realizadas del caudal con el medidor de flujo ultrasónico. Los aforos se realizaron con dos medidores de flujo ultrasónico TUF-2000P TM-1v de la marca VETUS figura 7. El lugar seleccionado para las mediciones del flujo, cumplía con las condiciones en las que las tuberías queden libres y no estén cercanas a los accesorios como indica el manual para mediciones del equipo utilizado.



Figura 6 Medición de gastos



Figura 6 Medidores ultrasónico TUF-2000P TM-1v

Caudal del sistema de bombeo

$$Q_T = Q_1 + Q_2$$

$$Q_T = 7,50 + 8,28$$

$$Q_T = 15,75 \text{ lps}$$

El caudal de operación de bombeo para el proceso de calibración y validación del aliviadero fue obtenido de la sumatoria de ambos sistemas de impulsión y corresponde con un valor de 15.75 l/s, vale mencionar que este valor fue utilizado para la comparación de datos en el modelo numérico y en el modelo físico.

Calibración del aliviadero

Para la calibración del aliviadero se calculó porcentaje de error que existe entre datos medidos del modelo físico y modelo numérico. Los parámetros utilizados para la calibración fueron: longitudes, tirantes de agua y velocidades de flujo.

La calibración se realizó para corroborar que el modelo físico y el modelo numérico son geométrica y cinemáticamente similares, para poder concluir que existe similitud entre el modelo físico y el prototipo.

Calibración del vertedor Creager

- *Velocidades a la entrada del vertedor Creager*

Se realizó un mallado sobre el embalse para medir velocidades en diferentes puntos a la entrada del vertedor Creager, con el fin de conocer el patrón de las velocidades, las mediciones se tomaron 5cm aguas arriba de la cresta del vertedor por temas operacionales. Las velocidades en el canal de llamada se midieron con un micro molinete portátil.

El error que existe entre el modelo físico y el modelo numérico es de 7.6 %, debido que el error es mínimo no se utilizó un factor de corrección, por consiguiente ambos modelos son considerados similares.

En las figuras 8 y 9 se observan los vectores de las velocidades a la entrada del vertedor, en las mismas se puede apreciar que la dirección y magnitud de la velocidad del flujo son similares, por ende, se cumple la cinemática del flujo tanto en el modelo físico como en el modelo numérico, corroborando la cinemática entre modelo físico y prototipo.



Figura 7 Vectores de flujo en el modelo físico

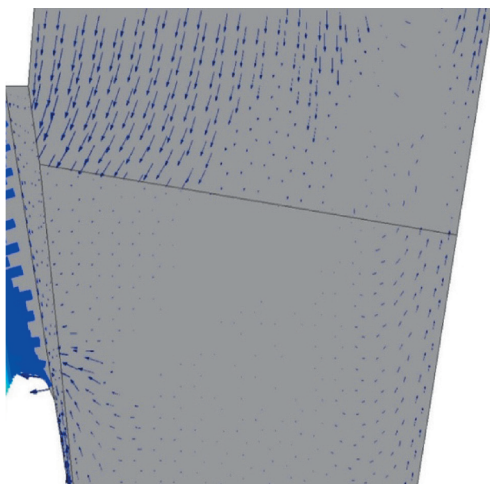


Figura 8 Vectores de flujo en el modelo numérico Iber

- *Tirantes de agua por sección*

Los patrones que reflejan los perfiles sobre la cresta del vertedero Creager en el modelo físico y en el modelo numérico presentan un coeficientes de correlación cercanos a la unidad y desviaciones por debajo de los 15 mm, esto permite afirmar que el comportamiento del flujo tanto en el modelo numérico como en el modelo físico es similar. Las variaciones que podrían atribuirse a la precisión de los decimales utilizados por el software IBER y/o debido a errores propios de cada equipo de medición.

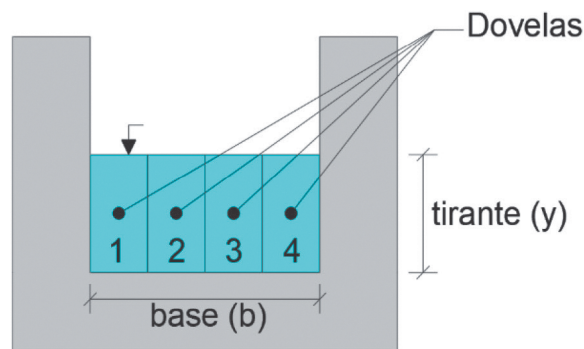


Figura 9 Secciones, detalle de dovelas

En estas secciones se realizó una medición y análisis a detalle del comportamiento de los tirantes en las distintas secciones, dividiendo cada una de ellas en 4 dovelas (figura 9).

Calibración del vertedor tipo canal

Se procedió a calibrar el vertedor tipo canal con el gasto máximo de operación en el sistema de recirculación QT=15,75 lps.

- *Tirantes de agua en el vertedor tipo canal*

La desviación máxima obtenida entre los valores de los tirantes del modelo físico y numérico fue de 10.875 y la desviación mínima fue de 4.675 (en valor absoluto), el error máximo obtenido en la sección de la progresiva 0+00,00 y 0+85,70 fue de 113.2 % como valor máximo, este error se debe a que en el modelo físico se realizaron las mediaciones con los dissipadores de energía en cambio el modelo numérico no consideró estos componentes.

Entre las progresivas 2+28,57 y 5+71,43, el error máximo y mínimo obtenido fue de 36,4% y 4,0% respectivamente.

El coeficiente de correlación entre los tirantes medidos en el modelo físico y el modelo numérico fue de 0.98, lo que permite corroborar que el modelo físico y el modelo numérico tienen el mismo comportamiento de flujo.

- *Tirantes de agua por sección*

En las progresivas 0+00,00 y 0+87,70 se observa que existe una diferencia significativa de un modelo al otro, debido que en el modelo matemático no modelaron los dados dissipadores por las limitaciones del software IBER.

En las progresivas 2+28,57; 2+58,71; 3+42,86; 4+00,00; 4+57,14; 5+14,29; 5+71,73 se observa que el comportamiento de flujo en ambas secciones es similar.

En general se puede observar que los valores obtenidos del modelo físico son más precisos con respecto al modelo numérico debido a que esta última cuenta únicamente con dos decimales de precisión en la obtención de los datos, concluyendo que la precisión y sensibilidad en modelos físicos es una ventaja al momento de interpretar datos o proyectarlos al prototipo.

La precisión al momento de extraer datos está en función de la precisión del equipo destinado a este propósito.

Calibración geométrica

Se realizaron mediciones longitudinales en todas las secciones del aliviadero con reglas metálicas de precisión, con el fin de comparar la geometría del modelo numérico y modelo matemático.

La desviación máxima obtenida entre los valores de variación de la base del modelo físico respecto al modelo numérico fue de 0.34 mm y la desviación mínima fue de 0.04 mm, el error máximo obtenido fue de 0.95% y el mínimo de 0.09%, siendo estos valores mínimos en cuanto a desviación y error, por lo tanto, se cumple la similitud geométrica entre modelo físico y el modelo numérico.

Cabe mencionar que el valor obtenido de la geometría del modelo matemático refleja la escala exacta de 1 a 35 con relación a la geometría del prototipo, por lo cual estos valores son tomados como la base para el cálculo del error entre modelo matemático y modelo físico.

CONCLUSIONES

De la modelación del aliviadero de la presa Pampas Padilla, se puede concluir lo siguiente:

- El criterio de similitud utilizado para el modelo físico es el de similitud de Froude ya que se trata de un flujo a superficie libre donde la fuerza que predomina es la gravitatoria, en consecuencia, el efecto de las demás fuerzas es mínimo y pueden ser despreciadas.
- De la verificación geométrica entre el modelo numérico y el modelo físico, el error obtenido fue menor al 1%, esto permite concluir que el modelo físico fue escalado con una exactitud significativa en sus dimensiones y por ende cumple con la condición de similitud geométrica respecto al prototipo.
- Los patrones de flujo obtenidos de la modelación numérica y de las mediciones experimentales presentan correlaciones cercanas a la unidad, por ende, el prototipo y el modelo numérico del mismo son cinemáticamente similares.
- El modelo físico cumple con la similitud restringida de Froude, ya que se comprobó que el modelo físico

y el prototipo son geométrica y cinemáticamente similares.

- Las observaciones referentes a datos que se obtengan del comportamiento hidráulico del modelo físico son representativas para el prototipo, por ende, cualquier ajuste previo a la construcción del prototipo podría ser realizado en el modelo físico, generando un ahorro considerable en el factor de tiempo y económico.
- Las cargas sobre la estructura de descarga obtenidas fueron superiores a los 2 cm, por ende, se descarta la tensión superficial.
- La rugosidad obtenida en el modelo físico empleando la técnica de pastinado con masa corrida y pintura para autos, tiene un valor cercano al de la rugosidad proyectada $n=0.010$, por lo que se puede concluir que la técnica aplicada en la construcción del modelo físico podría ser replicada y validada para otras investigaciones.

RECOMENDACIONES

Para la modelación, que presenta las etapas de diseño, construcción y calibración, se plantean las siguientes recomendaciones:

Para la construcción de un modelo físico se deben tomar en cuenta las restricciones que tienen los modelos físicos en cuanto a: espacio disponible, equipo necesario ya sea mecánico o técnico y financiamiento principalmente.

El personal técnico debe tener el conocimiento de modelación y de hidráulica pertinente, para generar mejores aportes técnicos y eficiencia en el proceso de modelado de cualquier prototipo que se requiera.

Para la correcta obtención de datos se deben tomar en cuenta las relaciones de igualdad que debe mantener el modelo con el prototipo, esto se consigue con una selección correcta de la escala y similitud restringida adecuada, basándose en los parámetros necesarios y en las fuerzas predominantes en el modelo.

Realizar la comprobación geométrica de todas las estructuras del modelo para que tengan relación con las estructuras del prototipo y mantener las mismas geometrías y ubicaciones, para esto se debe realizar una comprobación de la exacta ubicación con un equipo de precisión.

En cuanto a los parámetros que restringen la modelación hidráulica, se debe tomar en cuenta la rugosidad, debido que este es uno de los parámetros predominantes al momento de elegir una escala.

Se deben cumplir con el calado mínimo de 2cm en las estructuras para vencer la tensión superficial.

Los equipos para la realización de pruebas deben estar calibrados y en perfecto funcionamiento, para esto deben considerarse los periodos de mantenimiento de los mismos.

La impermeabilización del modelo es un factor muy importante, para que este pueda preservarse en el tiempo.

Se debe tener cuidado con el registro de datos tomando en cuenta las oscilaciones de los cuerpos de agua.

El costo del sistema de bombeo representa un porcentaje importante en el presupuesto total, por lo cual, la selección de la escala del modelo va ligada directamente al costo del sistema de bombeo.

Con el fin de contribuir a la seguridad y optimización en el diseño del aliviadero de la presa Pampas Padilla, se recomienda lo siguiente:

Considerar que los dados disipadores generan un salto de flujo aproximado de 10,5m de altura, el cual podría llegar a ser perjudicial para obras cercanas.

Los tirantes estimados en el diseño del prototipo a lo largo de todo el aliviadero son de: $h_{\text{máx}} = 5.35\text{m}$ y $h_{\text{mín}} = 0.72\text{m}$. A diferencia del modelo físico que presenta valores proyectados de $h_{\text{máx}} = 9.00\text{m}$ y $h_{\text{mín}} = 1.2\text{m}$. Pudiendo estos llegar a afectar en la seguridad de la presa, por lo que se recomienda realizar más pruebas en el modelo y verificaciones en los cálculos de prototipo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ahmed S.S. and Aziz Y.W. (2018) Numerical Modeling of Flow in Side Channel Spillway Using ANSYS-CFX. Y / ZJPAS: 30(s1): s83-s93
- Bladé E., Cea, Corestein, Escolano, Puertas, Vazquez Cedón, . . . Dolz. (2014). Iber: herramienta de simulación numérica del flujo en ríos.
- Cengel, Y. A., & Cimbala, J. M. (2010). Mecánica de fluidos Fundamentos y aplicaciones. Mexico: McGraw-Hill.
- Vergara Sánchez, M. A. (1993). Técnicas de Modelación en hidráulica. México: Alfaomega.
- Ayala N., J. (2014, diciembre 1). Modelamiento Hidráulico Bidimensional.
- Balairón Pérez, L., López, D., Morán, R., Ramos, T., & Toledo, M. Á. (2014). Advances in the design of dam engineering in applied research through physical and numerical modeling. Ingeniería del agua, 18(1), 53. <https://doi.org/10.4995/ia.2014.3143>.
- Bremen, R., and Hager, W. H. (1989). "Experiments in side-channel spillways." J. Hydraul. Eng., 10.1061/(ASCE)0733-9429(1989)115:5(617), 617–635.
- Carrion, J., & Flores, J. (2017). Análisis de la operación de la bocatoma Facalá mediante el modelamiento numérico bidimensional.
- Chanel PG, Doering JC. (2007). An evaluation of computational fluid dynamics for spillway modeling. 16th Australian Fluid Mechanics Congress; 2007 December 2–7; 1201–1206.
- Chen Q, Dai G, Liu H. (2002). Volume of fluid model for turbulence numerical simulation of stepped spillway overflow. J Hydraul Eng. 128:683–688.
- Cheng X, Yongcan C, Lin L. (2006). Numerical simulation of airwater two-phase flow over stepped spillway. Sci China Ser E Technol Sci. 49:674–684.
- Dargahi B. (2006). Experimental study and 3D numerical simulations for a free-overflow spillway. J Hydraul Eng ASCE. 132:899–907.
- Guercio, R., and Magini, R. (1994). "Effect of the lateral discharge in sidechannels: Experimental and numerical modelling." Giornale del Genio Civile, 132(1–3), 47–67 (in Italian).
- Hager, W. H. (2010). Wastewater hydraulics: Theory and practice, 2nd Ed., Springer, Berlin.
- Mao Y, Chao W, Yunliang C, Qin Z. (2006). Case study of an S-shaped spillway using physical and numerical models. J Hydraul Eng. 132:892–898.
- Mateos, C. (2000). La modelación física en las obras hidráulicas. Ingeniería del agua, 7(1), 55. <https://doi.org/10.4995/ia.2000.2837>
- Novak, P., Guinot, V., Jeffrey, A. and Reeve, D.E. (2010). Hydraulic Modelling – an Introduction: Principles, methods and applications. Spon Press - Taylor and Francis, London.
- Modelación Hidráulica. (s.f.). Modelación Hidráulica.
- Ojeda, J. A. V., & Eng, M. (2003). Modelación numérica en hidráulica.
- Savage BM, Johnson MC. (2001). Flow over ogee spillway: physical and numerical model case study. J Hydraul Eng. 127:640–649.
- Subramanya, K. (2009) Flow In Open Channels. 3rd Edition, Tata Mc Grow-Hill, New Delhi, 344-351.
- Unami, K., Kawachi, T., Munir Babar, M., and Itagaki, H. (1999). "Two dimensional numerical model of spillway flow." J. Hydraul. Eng., 125(4), 369–375.
- Vegas M., S. (2002, diciembre 12). Estudio en modelo hidráulico de desvío de la central hidroeléctrica San Gaiban
- Vergara M.A. (1993). Técnicas de modelación en hidráulica. Editorial Alfaomega, México D.F.
- Xinya Ying & Sam S.Y. Wang (2010) Evaluation of 2D shallow-water model for spillway flow with a complex geometry, Journal of Hydraulic Research, 48:2, 265-268.