Efecto de la succión matricial en la distribución de esfuerzos verticales generados por el paso de un vehículo en una arena limosa bajo diferentes condiciones ambientales

Artículo presentado en la 3ra Conferencia Panamericana en suelos No Saturados (Río de Janeiro, Brasil)

Torrico, J.A.^a, Miranda, S.^b, Cornellis, W.^c, Rojas, J.C.^d, Bezuijen, A.^e, Di Emidio, G.^f

^aResponsable Laboratorio de Geotecnia de la Facultad de Ingeniería Civil (USFX), doctorando en Ingeniería Civil Universidad de Gante-Bélgica, Destacamento 317, Ex Campus REFISUR, 573, Planta baja, Sucre, Bolivia. E-mail: <u>JuanAlfredo.TorricoBravo@UGent.</u> <u>be</u>

^bEstudiante de maestría en Geotecnia (USFX). Destacamento 317, Ex Campus REFISUR, 573, Sucre, Bolivia. E-mail: salvathoremd@ gmail.com.

^c Profesor de la Universidad de Gante, Departamento de Biociencias, Universidad de Gante. E-mail: Wim.Cornelis@ugent.be. ^dDocente titular de la carrera de ingeniería civil, Facultad de Ingeniería Civil (USFX), Destacamento 317, Ex Campus REFISUR, 573, Sucre, Bolivia. E-mail: geotecnia@gmail.com.

^eDirector del laboratorio de Geotecnia de la Universidad de Gante, Universidad de Gante. E-mail: Adam.Bezuijen@ugent.be.

^f Profesor de la Universidad de Gante, Departamento de ingeniería civil. E-mail: Gemmina.DiEmidio@ugent.be.

RESUMEN

La succión matricial en un suelo varía con los cambios ambientales que puede ocasionar una lluvia o un día soleado. El presente artículo estudia el efecto de la succión matricial, registrada en dos condiciones ambientales distintas, que ha sido inducida por el paso de un vehículo sobre un suelo constituido por una arena limosa con grava (SM). Para evaluar la variación de la succión matricial, se instalaron tensiómetros jet fill a dos profundidades diferentes (15 cm y 30 cm); Para registrar los incrementos en las tensiones verticales del subsuelo, se instalaron dos células de carga de compresión pequeñas (16,5 mm de diámetro) en posición paralela a la superficie del suelo, a la misma profundidad de los tensiómetros y bajo la línea central de la trayectoria de la rueda izquierda trasera de un camión. La presión de inflado de los neumáticos fue de 380 kPa. Se ha tenido cuidado de calibrar las células de carga en condiciones de campo antes de las pruebas. Las tensiones verticales medidas, han sido validadas utilizando las soluciones analíticas de Boussinesq y Söhne. Los resultados obtenidos han demostrado que, una disminución en la succión matricial debido a condiciones ambientales saturadas, favorece el incremento en los esfuerzos verticales del suelo a ambas profundidades estudiadas.

Palabras clave: Succión matricial, tensiómetros red fill, células de carga, incremento de esfuerzo vertical.

ABSTRACT

Matric suction in a soil profile depends on the environmental conditions, as in the case of a rainy day or a sunny day. This research, studies the matric suction changes registered along two environmental conditions, induced by a wheeling with a minitruck over a silty sand with gravel (SM). To evaluate the matric suction, jet fill tensiometers were installed at two different depths (i.e. 15 cm y 30 cm); to register the increase on subsoil vertical stresses, two miniaturized compression load cells (i.e. 16. 5 mm in diameter) were installed in a plane parallel to the soil surface, at the same depth of tensiometers and under the center line of the minitruck wheels' path. Tyre inflation pressure applied on wheels was 380 kPa. Care was taken to calibrate the load cells in field conditions before the tests. Measured stresses were validated applying the Boussinesq and Söhne solutions. The corresponding results demonstrated that, a registered decrease in matric suction due to the saturated environmental conditions, favors the increase of vertical stress in the subsoil profile at the two depths specified.

Key words: Matric Suction, red fill tensiometers, load cells, increase of vertical stress.

INTRODUCCIÓN

Los suelos parcialmente saturados han sido objeto de numerosos trabajos de investigación en las últimas dos décadas, actualmente en nuestro medio existe la base teórica para entender su comportamiento. Por otro lado, los principales problemas geotécnicos que involucran a los suelos no saturados, están relacionados con cambios ambientales, y estos cambios modifican principalmente la succión matricial.

La succión matricial se define como la presión negativa que debe aplicarse al agua que tiene una composición idéntica a la del suelo, para que alcance el equilibrio con ésta a través de una membrana semipermeable (Schofield, 1935). Su comprensión es fundamental a la hora de resolver problemas de ingeniería asociados con la mecánica de suelos no saturados.

El propósito de este artículo es analizar el efecto de la succión matricial en el incremento de esfuerzos verticales de un suelo, causados por el paso de los neumáticos de un vehículo; todo ello bajo dos condiciones ambientales: Una, en condiciones saturadas (después de una lluvia) y la otra, en condiciones secas (en un día soleado). Bajo estas dos premisas, los objetivos del presente estudio son:

- Realizar una medición "in situ" del incremento de los esfuerzos verticales en el suelo a las profundidades de 15 cm y 30 cm, debajo del neumático trasero de un vehículo, previa selección de una predeterminada presión de inflado. Para éste trabajo de campo, se cuenta con células de carga de compresión de tecnología italiana.
- Validar las mediciones "in situ" de los esfuerzos verticales, mediante los modelos de Boussinesq, para carga rectangular, y Söhne, para una carga circular.
- Medición de la succión matricial en las dos condiciones ambientales y en los mismos puntos de análisis de los esfuerzos verticales.
- Analizar el efecto de la succión matricial con respecto al incremento de los esfuerzos verticales en el momento del paso del neumático del vehículo en las dos condiciones ambientales.

MATERIALES Y MÉTODOS

Sitio de experimentación y propiedades del vehículo.

El terreno, en el cual se han desarrollado los ensayos de campo, se encuentra localizado en la ciudad de Sucre, Bolivia, (19° 2' 50.29"S, 65° 15' 10.68"O). El suelo es una arena limosa con grava (SM), de acuerdo al Sistema Uni-

ficado de Clasificación de Suelos. El vehículo utilizado es un camión Mitsubishi CANTER modelo FE150EO3 con 2M3 de capacidad, con un tipo de neumático LT 205/85 R16 cargado a una presión de inflado de 380 kPa. En la anterior publicación de ésta revista (Torrico et. al., 2020) se encuentran mayores detalles del terreno, vehículo, neumático y las propiedades del suelo.

Como se indicó anteriormente, se han realizado pruebas en dos condiciones ambientales. En el ensayo de campo que ha sido realizado en condiciones ambientales saturadas, los contenidos de humedad obtenidos son 18.89 % a 15 cm de profundidad y 14.62 % a 30 cm de profundidad. En el ensayo realizado en un día soleado (Torrico et. al., 2020), los contenidos de humedad fueron de 8.11 % a 15 cm y 11.73 % a 30 cm.

Mediciones "in situ" del incremento de los esfuerzos verticales y del área de contacto entre neumáticos y terreno.

Se cuenta con células de carga de compresión de tecnología italiana (Torrico et. al., 2020), las cuales han sido instaladas en el subsuelo a las profundidades de 15 cm y 30 cm, se ha tenido cuidado que la posición de las células coincida con el centro de la huella del neumático y que estén con la mayor proximidad a los muestreos realizados para obtener los contenidos de humedad respectivos y las demás relaciones volumétricas.

En cada condición ambiental del ensayo, y con la ayuda de hojas de papel, se ha tenido el cuidado de medir el área de contacto entre el neumático y el suelo.

Validación de las mediciones "in situ" del incremento de esfuerzos verticales

Con el propósito de validar las mediciones del incremento del esfuerzo vertical en las dos pruebas de campo que se han realizado para diferentes condiciones ambientales, se han calculado los incrementos del esfuerzo vertical utilizando las ecuaciones de Boussinesq (1885) para cargas distribuidas rectangulares y el modelo de Söhne (1958) para cargas circulares.

Las ecuaciones Eq. (1) a (3) corresponden a la teoría de Boussinesq para obtener los incrementos de esfuerzos verticales para una carga rectangular (Braja. M. Das, 2013), la ecuación Eq. (4) corresponde al modelo de Söhne

$$\begin{split} & \Delta \sigma_z = q \cdot l_z & Eqn\,(1) \\ & l_z = f(m',n') & Eqn\,(2) \\ & l_z = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{2m'n'\sqrt{m'^2 + n'^2 + 1}}{m'^2 + n'^2 + n'^2 + 1} \left(\frac{m'^2 + n'^2 + 2}{m'^2 + n'^2 + 1} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{2m'n'\sqrt{m'^2 + n'^2 + 1}}{m'^2 + n'^2 - m'^2 n'^2 + 1} \right) \right] & Eqn\,(3) \\ & \sigma_z = \sum_{i=}^{i=n} (\sigma_z)_i = \sum_{i=0}^{i=n} \frac{vP_i}{2\pi z_i^2} \cos^{v+2}\theta_i & Eqn(4) \end{split}$$

Para mayores detalles de las ecuaciones Eq. (1) a (4), se puede consultar la anterior publicación de esta revista (Torrico et. al., 2020).

En ambas soluciones analíticas, el área de contacto entre el neumático y el suelo es un dato importante para introducir en las ecuaciones. En la prueba de campo realizada en condiciones saturadas (después de una lluvia) se ha medido un área de contacto de 386 cm², mientras que en la prueba de campo realizada en condiciones ambientales soleadas se ha medido un área de contacto de 365 cm² (Torrico et. al., 2020).

Monitoreo de la succión matricial

Tensiómetros tipo red fill (Torrico et. al., 2020) han sido instalados en el terreno de prueba con la mayor proximidad a las células de carga, para medir la succión matricial "in situ". El propósito, obtener el valor de la succión matricial para cada profundidad en el momento del paso de la rueda trasera izquierda del vehículo. Esta operación fue realizada en las dos condiciones ambientales de los ensayos y en las profundidades establecidas de 15 cm y 30 cm. El monitoreo de la succión se ha realizado tres veces al día (Torrico, et. al. 2021).

Procedimiento de los ensayos de campo

En el ensayo de campo realizado en condiciones ambientales saturadas, se ha seguido el procedimiento descrito por Keller (2005) y Arvidsson et. al. (2007). Las células de carga han sido instaladas por simple excavación a las profundidades predeterminadas de 15 cm y 30 cm. Una vez excavado el perfil a éstas profundidades, las células de carga se han colocado con el cuidado de garantizar un buen contacto con el suelo circundante. Varios artículos han comprobado que una buena medición se logra cuando las células de carga son instaladas en un plano paralelo a la superficie del suelo (Keller, 2004; Trautner, 2003). Posteriormente, se ha rellenado el terreno hasta el nivel original. Por lo tanto, la estructura original de la capa superior del suelo ha sido alterada.

El procedimiento de campo realizado para la prueba en condiciones ambientales soleadas se describe en la anterior publicación de esta revista técnica (Torrico et. al., 2020).

A lo largo de los ensayos de campo realizados en las dos condiciones ambientales, se tuvo mucho cuidado de mantener lo más cerca posible el neumático seleccionado del vehículo, a los tensiómetros jet fill que se han instalado; esto para que las piedras porosas de los tensiómetros estén próximas a la zona de modificación de la succión matricial. Muestras cilíndricas (50 mm de diámetro, 50 mm de altura) han sido extraídas en las dos pruebas de campo realizadas y a las dos profundidades de 15 cm y 30 cm. Las muestras han sido llevadas al laboratorio, pesadas y luego sometidas a secado en un horno, a una temperatura de 105°C por 24 horas. Posteriormente, las muestras se han retirado del horno, y han sido pesadas nuevamente para, finalmente, determinar las relaciones volumétricas y gravimétricas del suelo: El contenido gravimétrico de humedad, relación de vacíos, porosidad y grado de saturación.

RESULTADOS

Medición y validación del incremento de los esfuerzos verticales en el perfil de suelo

Las tablas 1 y 2 muestran los resultados de los incrementos de esfuerzos verticales que se han obtenido en las dos pruebas de campo realizadas a diferentes condiciones ambientales. Los resultados corresponden a las mediciones realizadas, como también a las soluciones analíticas de Boussinesq (1885) y Söhne (1953).

Tabla 1. Condiciones ambientales soleadas: Resultados de las mediciones y cálculos del incremento del esfuerzo vertical σ_{2} . (Torrico et.al., 2020).

No	Prof. (cm)	Esfuerzo Vertical o _z (kPa)					
		BC-302	Solución de Boussinesq.	Solución de Söhne.			
1	15 cm	171.21	177.35	174.62			
2	30 cm	59.07	63.92	62.78			

Para tener una mayor aclaración de los resultados de la prueba de campo realizada en condiciones ambientales soleadas, referirse a la anterior publicación de esta revista (Torrico et. al., 2020).

Tabla 2. Condiciones ambientales saturadas: Resultados de las mediciones y cálculos del incremento del esfuerzo vertical σ_2 .

No	Prof. (cm)	Esfuerzo Vertical σ_z (kPa)					
		BC-302	Solución de Boussinesq.	Solución de Söhne.			
1	15 cm	182.62	183.27	180.26			
2	30 cm	68.48	67.07	65.89			

La figura 1 muestra los resultados obtenidos en la prueba de campo que se ha realizado en condiciones ambientales saturadas, se muestran las mediciones conseguidas con las células de carga, así como los resultados de las soluciones analíticas.



Figura 1. Variaciones de esfuerzos verticales medidos (líneas segmentadas de color rojo y negro), esfuerzos verticales calculados utilizando la solución de Boussinesq para una carga rectangular (líneas continuas de color rojo y negro) y el modelo de Söhne (líneas continuas de color azul y verde).

Para la prueba de campo que se ha realizado en condiciones ambientales saturadas, utilizando el modelo de Söhne se ha empleado un factor de concentración v=3. El artículo de Keller at. al. (2014, 2016) comprueba que este valor tiene una buena correlación para calcular estados tensionales a pequeñas profundidades (como las que estamos manejando en el presente artículo) y además, trabaja bien incluso cuando el suelo se deforma.

Para ambas pruebas de campo, se ha utilizado el mismo camión Mitsubishi CANTER modelo FE150EO3 con 2M3 de capacidad, se ha analizado bajo el mismo neumático trasero izquierdo tipo LT 205/85 R16 y se ha manejado la misma presión de inflado de 380 kPa. Comparando los resultados de las mediciones y las soluciones analíticas (Tablas 1 y 2), se observa que las células de carga de compresión BC-302 han proporcionado una adecuada estimación de los esfuerzos verticales (Torrico et. al., 2020). Por lo tanto, quedan validadas las mediciones del incremento del esfuerzo vertical.



Figura 2. Variación de σ_z con la profundidad: Los esfuerzos disminuyen con la profundidad de análisis. La saturación del suelo produce que los valores de σ_z se incrementen a ambas profundidades (color azul).

Comparando los resultados de las dos pruebas campo que se han realizado a diferentes condiciones ambientales, se observa que los incrementos de esfuerzo vertical obtenidos, son mayores en las condiciones saturadas (Tabla 2) para las dos profundidades predeterminadas. A 15 cm de profundidad, la saturación del suelo generó un incremento de 11.41 kPa; a 30cm de profundidad, el incremento fue de 9.41 kPa. Por lo tanto, la humedad genera un incremento en el estado tensional del subsuelo (Figura 2 y 3).



Figura 3. Visualización de las mediciones del incremen-

to de esfuerzos verticales realizadas con células de carga de compresión BC-302, a las dos profundidades predeterminadas, y en las dos condiciones ambientales definidas de las pruebas de campo.

Prof. (cm).	turno	Contenido gravimétrico de humedad (w) (%).		Succión matricial (s) (kPa).		Incremento de Esfuerzo vertical (σ_z) (kPa).		Porosidad (n).		Grado de saturación (S) (%).	
		Prueba en cond. húmeda	Prueba en cond. soleada	Prueba en cond. húmeda	Prueba en cond. soleada	Prueba en cond. húmeda	Prueba en cond. soleada	Prueba en cond. húmeda	Prueba en cond. soleada	Prueba en cond. húmeda	Prueba en cond. soleada
15	Tarde	18.89	8.11	2	31	182.62	171.21	0.435	0.378	64.94	35.34
30	Tarde	14.62	11.73	16	21	68.48	59.07	0.413	0.398	54.86	46.94

Tabla 3. Resumen de resultados obtenidos (Torrico et. al., 2021)

Mediciones de la succión matricial y su efecto en el incremento de los esfuerzos verticales

A lo largo de las dos pruebas de campo realizadas, se ha monitoreado la succión matricial a 15 cm y 30 cm de profundidad. En las figuras 4 y 5 se muestran los resultados del monitoreo, a las dos profundidades, y se puede observar que los valores máximos de succión registrados no sobrepasan los 60 kPa.



Figura 4. Monitoreo de la succión matricial con tensiómetros jet fill a 15 cm de profundidad.



Figura 5. Monitoreo de la succión matricial con tensiómetros jet fill a 30 cm de profundidad.

El registro de succiones matriciales que se muestra, ha servido para separar los correspondientes valores de succión matricial en el momento de las pruebas de campo realizadas en las dos condiciones ambientales. De éste modo, en la prueba de campo en condiciones soleadas (Torrico et. al., 2020), en el momento del paso del neumático, se han registrado succiones matriciales de 31 kPa a 15 cm de profundidad y 21 kPa a 30 cm de profundidad (Tabla 3).

En la prueba de campo realizada en condiciones saturadas, en el momento del paso del neumático, se han registrado succiones matriciales de 2 kPa a 15cm de profundidad y 16 kPa a 30 cm de profundidad (Tabla 3).

En la tabla 3, también se muestran los incrementos de esfuerzos verticales y un resumen de los resultados obtenidos en el perfil de suelo en lo que respecta a las relaciones volumétricas (contenido de humedad, porosidad, grado de saturación).

Los resultados obtenidos que se muestran en la tabla 3, nos permiten apreciar que:

El grado de saturación es una propiedad que afecta la succión matricial: Si el grado de saturación es alto, como en la prueba en condición ambiental saturada, la succión matricial tiene un valor bajo. En cambio, si el grado de saturación es bajo, como en la prueba de campo en condición ambiental soleada, entonces la succión matricial tiene un valor elevado.

La succión matricial tiene un efecto en el área de contacto suelo-neumático, el cual a su vez influye en el incremento del esfuerzo vertical. En la prueba de campo realizada en condiciones ambientales saturadas, se tienen pequeños valores de succión matricial (2 kPa a 15 cm y 16 kPa a 30 cm de profundidad); los cuales han influido en un incremento del área de contacto suelo-neumático (a 386 cm²) y un consiguiente incremento del esfuerzo vertical (182.62 kPa a 15 cm y 68.48 kPa a 30 cm). Mientras que, en la prueba realizada en condiciones soleadas, se registraron valores altos de succión matricial (31 kPa a 15 cm y 21 kPa a 30 cm), que han influido en una disminución del área de contacto suelo-neumático (a 365 cm2) y una consecuente reducción del esfuerzo vertical (171.21 kPa a 15 cm and 59.07 kPa a 30 cm). En las dos pruebas de campo que se han realizado a diferentes condiciones ambientales, pese a que se han analizado las mismas zonas de estudio, las mediciones registradas de succión matricial presentan valores distintos a una misma profundidad. Esto es lógico y explicable, debido a que cada prueba de campo ha sido realizada en una condición ambiental diferente. La prueba de campo que se ha realizado en condiciones ambientales saturadas, ha registrado altos grados de saturación, 64.94% a 15 cm y 54.86% a 30 cm de profundidad. Por consiguiente, los valores registrados de succión matricial han sido bajos, 2 kPa y 16 kPa, respectivamente. En la prueba de campo realizada en condiciones ambientales soleadas, se ha registrado un descenso de los grados de saturación, 35.34 % a 15 cm y 46.94% a 30 cm. Consecuentemente, las succiones matriciales registradas aumentaron, 31 kPa a 15cm y 21 kPa a 30 cm.

La figura 6 muestra la variación que ha experimentado la succión matricial (líneas continuas naranja y púrpura), en las dos profundidades predeterminadas y en las dos pruebas de campo. Si comparamos ambas pruebas, tomando como referencia la prueba en condiciones saturadas, se puede observar que, a 15 cm de profundidad (línea continua naranja), la succión matricial se ha incrementado en 29 KPa y que el esfuerzo vertical en el perfil de suelo a disminuido 11.41 kPa. A la profundidad de 30 cm (línea continua púrpura), desde la prueba en condiciones saturadas a la prueba en condiciones seca, la succión matricial se ha incrementado 5 kPa y consecuentemente el estado tensional de esfuerzos verticales ha sufrido una disminución de 9.41 kPa.



Figura 6. Variación de la succión matricial con el incremento del esfuerzo vertical, a 15 cm de profundidad (línea continua naranja) y a 30 cm de profundidad (línea continua púrpura), que se ha obtenido en las pruebas de campo en condiciones saturadas (cuadrados de color azul) y condiciones soleadas (Triángulos de color rojo). Por lo tanto, los resultados nos muestran que, en las dos pruebas de campo realizadas a diferentes condiciones ambientales, para una determinada profundidad, el incremento de la succión matricial generado por la disminución en el área de contacto suelo-neumático, va a generar una consecuente reducción en el incremento del esfuerzo vertical en el perfil de suelo.

CONCLUSIONES

La presente investigación concluye que, existe un efecto de la succión matricial en el incremento del esfuerzo vertical originado en un perfil de suelo por el que pasa encima una carga de neumático de un vehículo. Con un incremento de la succión matricial, tal como el que se ha registrado de la prueba de campo en condiciones saturadas a la prueba en condiciones soleadas, se genera una disminución del esfuerzo vertical.

El incremento en el área de contacto suelo-neumático, como resultado de una disminución en la succión matricial, es la razón principal del aumento del esfuerzo vertical en el perfil de suelo. Por consiguiente, la disminución en el área de contacto suelo-neumático, que ha resultado de un incremento de la succión matricial, genera una disminución en la distribución de esfuerzos verticales en el perfil de suelo.

Las mediciones realizadas del incremento de los esfuerzos verticales, utilizando las células de carga de compresión BC-302, se acercan bastante a los resultados analíticos que se han obtenido con las soluciones de Boussinesq y Söhne. También se ha comprobado que la distribución de los esfuerzos verticales disminuye a medida que aumenta la profundidad del perfil de suelo.

Por las características del suelo en nuestro país, en todas las obras civiles en las cuales se encuentre involucrado el suelo como material de construcción, se deben tener en cuenta las condiciones de saturación parcial, que hacen que la resistencia del suelo se incremente. Por lo tanto, al tener en cuenta el término de la succión en el diseño, se van a obtener obras más económicas y funcionales.

Para futuras investigaciones, de acuerdo con el diseño experimental aprobado por nuestro supervisor de doctorado, se tiene planificado variar la presión de inflado del neumático en 40 kPa por encima y por debajo de la presión recomendada. También se tiene previsto realizar ensayos de presión de consolidación para verificar si los estados tensionales generados con el paso del vehículo, provocan que el perfil de suelo analizado permanezca en estado elástico o ingrese en un estado plástico.

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo de investigación ha sido financiado por la cooperación internacional VLIR-UOS (Consejo Flamenco de Interuniversidades para la cooperación y el desarrollo). Agradecemos a VLIR-UOS por el financiamiento bajo el proyecto de investigación VLIR ZEIN2016PR416-75155. El terreno para realizar los ensayos ha sido gentilmente facilitado por el estudiante Fredy Saavedra Z. El vehículo utilizado en los ensayos con las células de carga ha sido gentilmente proporcionado por el ingeniero Gustavo Suárez. Agradecimientos a los estudiantes Max Robert Salinas y Fredy Saavedra por el apoyo realizado en los ensayos de campo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Torrico, J.A., Miranda, S., Cornellis, W., Rojas, J.C., Di Emidio, G., & Bezuijen, A. (2021). Matric suction effect on distribution of stresses caused by vehicle wheels on a bare silty sand. PanAm-Unsat 2021: 3rd Pan-American Conference on Unsaturated Soils. **337**, 03004. https://doi.org/10.1051/matecconf/202133703004

Schofield, A. N. (1935). The Pf of the water in soil. Trans 3rd Int. Cong. Soil Science. **2**, 37-48.

Torrico, J.A., Miranda, S., Cornellis, W., Rojas, J.C., Di Emidio, G., & Bezuijen, A. (2020). Medición del incremento de esfuerzos verticales generados por un vehículo en una arena limosa. Ingenium. **1**, 123-128.

Boussinesq, J. (1885). Application des potentials à l'étude de l'equilibre et du movement des éastiques. [Application of Potentials in the Study of the Equilibrium and the Movement of Elastic Bodies]. Gauthier-Villars, Paris 30pp.

Söhne, W. (1958). Fundamentals of pressure distribution and soil compaction under tractor tyres. Agricultural Engineering. **39**, 276-281 290.

Das, B. M. (2013). Fundamentals of Geotechnical Engineering 4th Edition. Cengage Learning. **ISBN 978-1-111-5765-2.**

Keller, T. (2005). A model for the prediction of the contact area and the distribution of vertical stress below Agricultural Tyres from readily Available Tyre Parameters. Biosyst. Eng. 92, 85-96, doi: 10.1016/j.biosystemseng.2005.05.012.

Arvidsson, J., and Keller, T. (2007). Soil stress as affected by wheel load and tyre inflation pressure. Soil. Till Res. **96**, 284-291, doi: *10.1016/j.still.2007.06.012*. Keller, T. (2004). Soil Compaction and Soil Tillage-Studies in Agricultural Soil Mechanics. Doctoral Thesis. **Agraria 489**, Swedish University of Agricultural Sciences. Uppsala, Sweden.

Trautner, A. (2003). On soil Behaviour During Field Traffic. Doctoral Thesis. **Agraria 372**, Swedish University of Agricultural Sciences. Uppsala, Sweden.

Keller, T., Berli, M., Ruiz, S., Lamandé, M., Arvidsson, J., Schjønning, P., and Selvadurai, A.P.S. (2014). Transmission of vertical soil stress under agricultural tyres: Comparing measurements with simulations. Soil Till. Res. **140**, 106-117, doi: *10.1016/j.still.2014.03.001*.

Keller, T., Ruiz, S., Stettler, M., and Berli, M. (2016). Determining Soil Stress beneath a Tyre: Measurements and Simulations. Soil Sci. Soc. Am. J. **80**, 541-553, doi: *10.2136/ sssaj2015.07.0252*.

