Análisis, resolución y generalización a problemas selectos de la obra: el hombre que calculaba (segunda parte)

Mamani,H.[a]

a Licenciado en Matemáticas (UATF), Docente del área de matemáticas de la Facultad de Ingeniería Civil (USFX), Destacamento 317, Ex Campus REFISUR, 573, Sucre, Bolivia. E-mail: beto_mamani@hotmail.com.

RESUMEN

Seleccionar un grupo de problemas de la renombrada obra: EL HOMBRE QUE CALCULABA, del autor Malba Tahan, es desde ya un importante inicio para adentrarse en el mundo de las matemáticas desde un punto de vista práctico, resolverlos, analizarlos y en algunos casos generalizarlos es de gran importancia para el autor por la exquisitez del contenido.

En este trabajo se lee cuidadosamente cada uno de los problemas planteados para luego resolverlos de manera analítica y presentar una solución alternativa a la que se presenta en la misma obra. Construir una generalización de los mismos es importante porque se aplican métodos un tanto avanzados, novedosos y creativos para su mejor comprensión.

Cada uno de los problemas presenta una resolución y explicación clara en su planteamiento resolutivo apoyándose en la representación gráfica que se cree importante para una mayor objetividad del procedimiento matemático.

Palabras clave: El hombre que calculaba, generalización, interpolación, análisis.

ABSTRACT

Selecting a group of problems from the renowned work: EL HOMBRE QUE CALCULABA, by the author Malba Tahan, is already an important beginning to enter the world of mathematics from a practical point of view, solve them, analyze them and in some cases generalize them is of great importance for the author because of the exquisiteness of the content.

In this work, each of the problems raised is carefully read to then solve them analytically and present an alternative solution to the one presented in the same work. Building a generalization of them is important because somewhat advanced, novel and creative methods are applied for their better understanding.

Each of the problems presents a clear resolution and explanation in its resolutive approach based on the graphic representation that is believed important for a greater objectivity of the mathematical procedure.

Key words: El Hombre que Calculaba, generalization, interpolation, analysis.

INTRODUCCIÓN

Es de rigor mencionar que el presente trabajo es una continuación del artículo titulado: *Análisis y Resolución a Problemas de la Obra: El Hombre que Calculaba (Primera Parte)*, que fue publicado en la gestión 2009 por el mismo autor en la revista Journal Boliviano de Ciencias.

Para el presente trabajo se seleccionó siete problemas los cuales presentan una metodología nueva, creativa y con mejoras en la representación gráfica que brinda mayor objetividad en la solución de los mismos, la parte analítica responde al rigor matemático.

Para los que leyeron la obra El Hombre que Calculaba del autor Malba Tahan (pseudónimo) cuyo nombre verdadero es Julio César de Mello e Souza (6 de mayo de 1895 – 18 de junio de 1974) (Tahan, 2010) es importante cuestionarse lo siguiente: ¿Es único el método para resolver un problema en particular?, ¿Es la respuesta obtenida única o exacta?, ¿Es posible generalizar los problemas estudiados?, etc. Para responder lo anterior se establece en el trabajo como objetivo principal analizar un número selecto de problemas prácticos para su resolución y generalización por medio de distintos métodos analíticos y gráficos.

Figura 1. Julio César de Mello e Souza – Malba Tahan.

MATERIALES Y MÉTODOS

Se trabajó principalmente sobre el contenido del libro El Hombre que Calculaba, para lo cual se escogió problemas que tengan riqueza en la dificultad de solución (problemas aparentemente irresolubles) y que brinde en algunos casos la generalización del mismo, los métodos utilizados por el autor son analíticos propios de la Ciencia Matemática y acompañados de gráficos que le proporcionan a la solución una mayor objetividad.

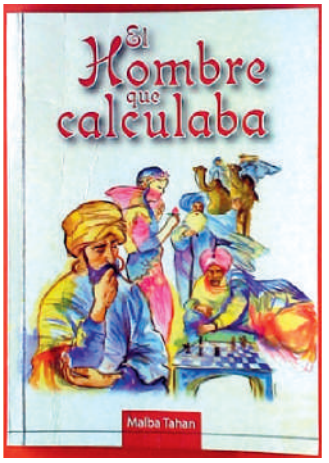


Figura 2. La obra: El Hombre que Calculaba.

P 1. Problema de los 35 camellos

Son tres hermanos y discuten cómo dividir 35 camellos que tenían de herencia, pero la división debía hacerse de acuerdo a la última voluntad del padre. Su padre había estipulado la división de la siguiente manera:

- 1/2 de la herencia para el hijo mayor.
- 1/3 de la herencia para el hijo medio.
- 1/9 de la herencia para el hijo menor.

Solución:

Como 35 no es divisible por 2, por 3, ni por 9, entonces Beremiz (el hombre que calculaba) procede de la siguiente manera:

35+1=36 se aumenta un camello al total de la herencia.

Ahora se divide nuevamente:

36 (1/2) = 18 camellos para el hijo mayor

36 (1/3) = 12 camellos para el hijo medio

36 (1/9) = 4 camellos para el hijo menor

Todos quedan conformes, pero sumando los camellos que se dividieron, se tiene:

18 +12 +4 = 34 camellos.

Y así el calculista gana un camello fuera del que puso.

Explicación.

En la repartición recomendada por el padre existe un resto, del cual se aprovecha Beremiz.

Veamos:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\frac{17}{18}<1 \qquad (1)$$

Figura 3. División de la herencia en fracciones.

El gráfico indica que la división no fue completa (Valiente, 1998), existe un resto de 1/18 de 36 es decir 2 camellos, la fracción de color azul lo muestra.

Generalización.

También funcionan para los números siguientes y con distintas ganancias:

- 17 camellos, ganancia 0 camellos
- 35 camellos, ganancia 1 camellos
- 53 camellos, ganancia 2 camellos
- 89 camellos, ganancia 4 camellos
- 107 camellos, ganancia 5 camellos

Así sucesivamente, para lo cual se deduce la fórmula que genera este comportamiento:

$$N=17+18n \qquad (2)$$

N = número de camellos del problema
n = número de camellos de ganancia
18 = es la constante de crecimiento.

P 2. El problema de los 8 panes

Beremiz y su amigo comparten 8 panes con un jeque que fue asaltado, de los cuales 5 eran de Beremiz y 3 de su amigo. Al llegar a su destino, el jeque los recompensa con 8 monedas de oro, 5 para el hombre que calculaba y 3 para su amigo.

En una suave protesta, Beremiz afirma que la manera de distribución de las 8 monedas de oro no era la correcta. Según éste, la manera justa sería 7 para él y 1 para su amigo.

Solución:

Dividiendo los ocho panes de la siguiente manera:

5 panes de Beremiz, equivale 15/3 de pedazos

3 panes del amigo, equivale a 9/3 de pedazos

Total = 24/3 pedazos de pan.

Figura 4. División de los panes.

Como el total es de 24/3 y son los que se consumen, entonces cada uno consume:

	Aporte	Consumo	Ap. real
Beremiz	15/3	8/3	7/3
Amigo	9/3	8/3	1/3
Jeque	0	8/3	0

Tabla 1. Aporte y consumos de los tres.

Explicación.

De acuerdo a la Tabla 1, se muestra que el aporte real de Beremiz es de 7 pedazos y del amigo de 1 pedazo por tanto la protesta se considera justa.

Generalización.

- Es posible también para:
- 8 panes, equivale a 24/3
- 4 panes, equivale a 12/3
- Total = 36/3

	Aporte	Consumo	Ap. real
Beremiz	24/3	12/3	12/3
Amigo	12/3	12/3	0
Jeque	0	12/3	0

Tabla 2. Aportes y consumo de tres personas.

En este caso, se debería recompensar con 12 monedas a Beremiz y ninguna para su amigo, porque lo que aportó se lo consumió todo.

Es posible generar muchos más ejemplos como el anterior basados en la divisibilidad de los números y no solamente con tres personas sino también con cuatro, cinco, etc. Simplemente se debe garantizar la propiedad de divisibilidad de los números enteros importante, por cierto.

P 3. El problema del joyero

El problema se centra entre un joyero y el dueño de un hostal. El convenio de pago por el hospedaje fue el siguiente: Si el joyero vendiera todas sus joyas por 100 dinares, pagaría 20 dinares, si los vendiese por 200, entonces pagaría 35 dinares por el hospedaje, pero el joyero las vendió en 140 dinares ¿Cuánto debe pagar por el hospedaje?

Solución:

Veamos los distintos análisis de pago:

a) Proporción establecida por el joyero:

200 → 35
140 → x   x = 24.5 dinares   (3)

b) Proporción establecida por el dueño del hostal:

100 → 20
140 → x   x = 28 dinares   (4)

c) Proporción establecida por Beremiz:

Precio de venta: 200 y 100, diferencia 100
Precio hospedaje: 35 y 20, diferencia 15
Por diferencias de venta-pago, se tiene:

100 → 15

40 → x   x = 6 dinares acrecentamiento.   (5)

Por lo tanto, si vendió las joyas por 140 dinares, entonces debe pagar por el hospedaje 26 dinares. La solución satisface a ambos y termina la discusión del problema.

d) Por interpolación, se obtiene una solución más exacta, establecida por el autor:

200 dinares → 100%
35 dinares → x
x=17.5% del precio de venta   (6)
100 dinares → 100%
20 dinares → x
x = 20% del precio de venta   (7)

- Así para cada unidad de aumento en la venta corresponde una disminución del pago de:

$$\frac{20\% - 17\%}{100} = 0.025\% \text{ por unidad} \qquad (8)$$

- Entonces para 40 dinares de aumento de la venta corresponde una disminución en el pago de:

(0.025%) 40 = 1%   (9)

- Por el pago de 140 dinares:

20% - 1% = 19% del precio de venta, así se tiene la siguiente proporción final:

140 dinares → 100%
x → 19%   x = 26.66 dinares.   (10)

Explicación.

En el análisis numérico (Cohen, 1997) se entiende por interpolación a la obtención de nuevos valores partiendo del conocimiento de un conjunto discreto de puntos, lo que implica que los números tomados en porcentajes permiten mayor precisión.

P 4. El problema de los cuatro cuatros

Beremiz se detiene frente a un letrero de una tienda que decía "Los Cuatro Cuatros". Beremiz afirma que es posible escribir los números enteros con cuatro cuatros y signos matemáticos una expresión a un número entero dado. En la expresión no puede figurar ninguna cifra, letra o símbolo algebraico.

Solución:

0=44-44	12=4(4-4/4)	24=4!+4(4-4)
1=44/44	13=(4!+4!+4)/4	25=4!+4^{4-4}
2=4/4+4/4	14=4+4+4!/4	26=4!+(4+4)/4
3=(4+4+4)/4	15=(4*4)-4/4	27=4!+4-4/4
4=4(4-4)+4	16=(4*4)+4-4	28=4!+$4^{4/4}$
5=(4*4+4)/4	17=(4*4)+4/4	29=4!+4+4/4
6=4+(4+4)/4	18=4!-(4-4/4)!	30=(4+4/4)!/4
7=44/4-4	19=4!-4-4/4	31=4!+(4!+4)/4
8=4+4+4-4	20=4!-4+4/4	
9=4/4+4+4	21=4!+4/4-4	33=4!+(4-.4)/.4
10=(44-4)/4	22=4!-(4+4)/4	
11=4+(4+4!)/4	23=4!-4^{4-4}	35=4!+44/4

Tabla 3. Construcción de los números.

Generalización.

Es posible seguir construyendo los demás números:

48=4!*(4+4)/4, 88=44+44, 49=4!+4!+4/4, etc…

Es evidente que para algunos números la dificultad aumenta, pero con perseverancia, insistencia y habilidad numérica es posible conseguir a un gran número de enteros positivos.

P 5. El problema de los tres marineros

Tres marineros tendrían que recibir un premio por haber salvado una embarcación de una tormenta, la cantidad de monedas de oro era más de 200 y menos de 300, colocadas en una caja y el capitán de la embarcación encargo dividirlo éstas al día siguiente por su hombre de confianza.

Aconteció sin embargo lo siguiente: durante la noche uno de los marineros fue hacia la caja, dividió el total en tres partes, tomó un tercio y dejó los otros dos tercios, pero se fijó que sobraba una moneda, entonces para que no haya problema lo tiró al mar. El segundo fue y procedió de la misma forma, pero también quedó otra moneda y lo tiró al mar, finalmente el tercer marinero incurrió con la misma actitud del cuál también sobró una moneda y lo tiró al mar. Al día siguiente el ayudante del capitán tomo la caja y repartió las monedas en tres partes, pero sobró una moneda, y se quedó con ella por el trabajo realizado. Pregunta final ¿Cuánto recibió cada uno?

Solución:

Si las monedas eran, más de 200 y menos de 300, entonces debería ser: 241.

En efecto,

- 1º Marinero encontró 241 monedas
 241/3 = 80 (cociente) + 1 (resto)
- 2º marinero encontró 241-(80+1) = 160
 160/3 = 53 (cociente) + 1 (resto)
- 3º marinero encontró 160-(53 +1) = 106
 106/3 = 35 (cociente) y 1 (resto)
- El ayudante encontró 106 – (36) = 70
 70/3 = 23 (cociente) + 1 (resto)

Explicación.

1º Marinero 80 + 23 = 103
2º Marinero 53 + 23 = 76
3º Marinero 35 + 23 = 58
ayudante 1 = 1
arrojadas al mar 3 = 3

Sumando las monedas, se obtiene el total que corresponde a 241, por tanto, se concluye con la solución del problema.

Generalización.

Se presenta como un problema abierto el hecho de que funcione con otro número, primero se determina el rango en el cual se debe encontrar dicho número. Se plantea un número que esté entre 300 y 400, por decir si fuese 391, verificar el procedimiento del enunciado del problema.

P 6. El problema del cuadrado mágico

Construir cuadrados mágicos con sumas constantes para cada caso.

Solución:

a) Cuadrado mágico de 3x3, donde la suma es 15:

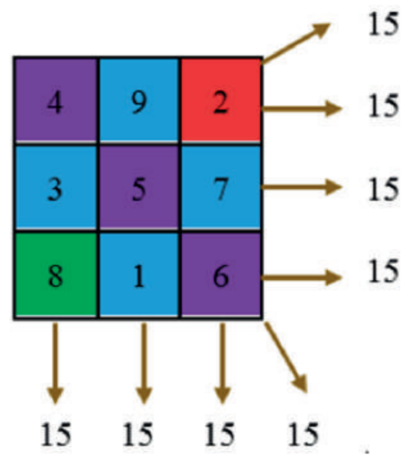


Figura 4. Resultado del cuadrado 3x3.

La solución se plantea en la construcción de la siguiente imagen donde al cuadrado mágico de 3x3 se le aumenta una casilla en cada lado, luego se distribuye los nueve dígitos en las tres diagonales correlativamente, se completa las casillas azules permutando el 1 y el 9 verticalmente, el 7 y el 3 de manera horizontal. Resuelto el problema.

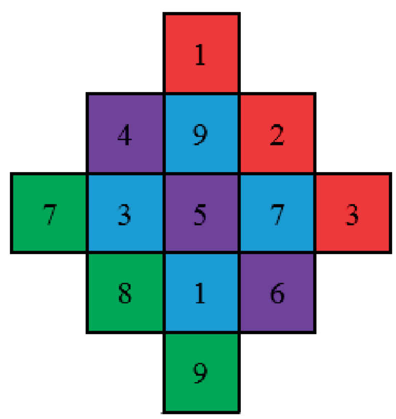


Figura 5. Construcción de la solución.

b) Cuadrado de 5x5, donde la suma es 65:

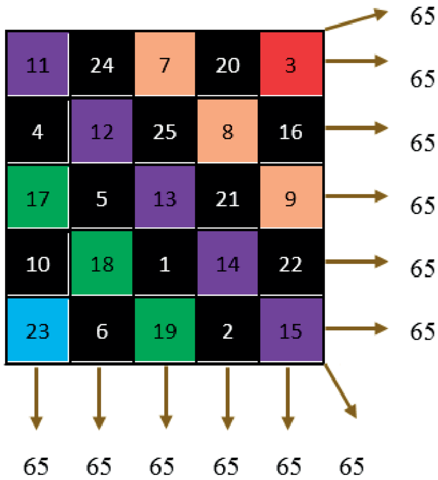
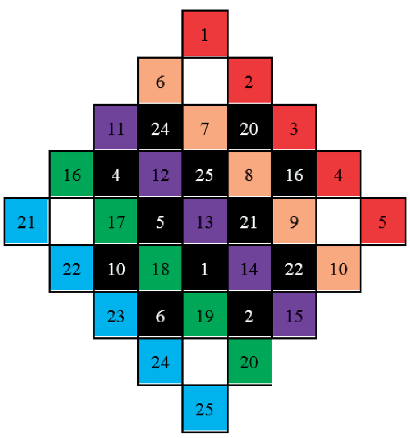


Figura 6. Resultado del cuadrado 5x5.



Para resolver este cuadrado se construye una gráfica aumentando al de 5x5 cuatro casillas a cada lado, de los cuales tres tienen numeración, se distribuyen de manera correlativa los dígitos del 1 al 25 en las diagonales, luego análogo caso de 3x3 se permuta los números: 1, 25, 6, 24, 2, 20 verticalmente, y 16, 4, 22, 10 en horizontal, completando así las casillas negras.

Resuelto el problema.

Figura 7. Construcción de la solución.

c) Cuadrado hipermágico 4x4, donde la suma horizontal, vertical y cualquier agrupación de cuatro casillas contiguas es igual a 34.

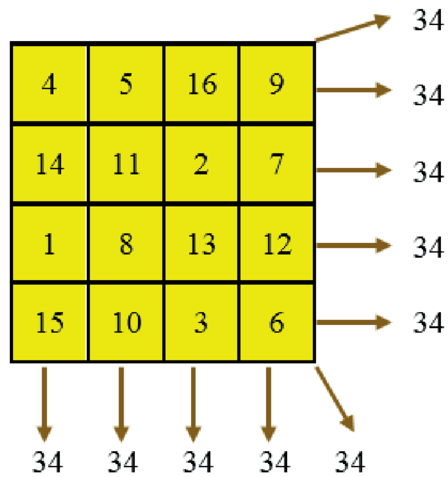


Figura 8. Resultado del hipermágico.

La solución es diferente a la de los dos anteriores por ser un cuadrado con un número de casillas par. Se empieza colocando de manera correlativa los 16 dígitos en cada casilla, se deja fijo los que se encuentran en las dos diagonales, se quitan los demás que serían el 2, 3, 5, 8, 9, 12, 14, 15, estos mismos se los distribuye de derecha a izquierda desde la cuarta fila de manera correlativa (Carrasco, 2007). Resuelto el problema.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Figura 9. Cuadrado inicio fijos las diagonales.

1			4
	6	7	
	10	11	
13			16

Figura 10. Cuadrado sin diagonales.

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

Figura 11. Solución del 4x4.

Generalización:

Para la generalización de soluciones de cualquier cuadrado mágico primero se clasifica en dos grupos, con casillas impares y con casillas pares.

- *Caso de impares*: el procedimiento en esencia es el mismo, se aumenta casillas a los lados y luego permutando de manera vertical y horizontal se resuelve para los cuadrados de 7x7, 9x9, 11x11, 15x15, etc.

- *Caso de pares*: se resuelven por varios métodos, como se ve en la **Fig. 8** y **Fig. 11**, se observa resultados distintos, pero cumplen con las condiciones del problema.

P 7. El problema de los ojos negros y azules

Se refiere a 5 esclavas de un poderoso Califa. Tres de ellas tienen los ojos azules y nunca dicen la verdad. Las otras dos tienen los ojos negros y solo dicen la verdad.

Las esclavas se presentaron con los rostros cubiertos por velos y Beremiz es desafiado a determinar el color de los ojos de cada una, con derecho a hacer tres preguntas no más de una pregunta a cada esclava.

Solución:

Para facilitar las referencias, llamaremos a las 5 esclavas A, B, C, D, y E.

Solución de Beremiz:

- 1º Pregunta a A: ¿Cuál es el color de tus ojos?

  Respuesta de A: Responde en lengua china.

- 2º Pregunta a B: ¿Cuál fue la respuesta que me dio A?

  Respuesta de B: "Que sus ojos eran azules"

- 3º Pregunta a C: ¿Cuáles son los colores de los ojos de A y B?

  Respuesta de C: "Que A tiene ojos negros y B azules".

Conclusión de Beremiz: "A tiene ojos negros, B tiene ojos azules, C negros, D y E azules". Acertó.

Explicación:

De acuerdo al análisis del calculista éste toma en cuenta algunos aspectos para tener una conclusión acertada:

- Si pregunta a cualquiera de las esclavas ésta siempre le dirá Negros, ya que las esclavas de ojos negros no mienten y las de ojos azules no dicen la verdad.
- La respuesta de la esclava B contradice lo anterior y se deduce que ella sí tiene los ojos azules.
- La tercera respuesta confirma las dos anteriores y se establece que C tiene ojos negros.

A continuación, se muestra de manera gráfica el orden del color de ojos de cada esclava siguiendo el análisis y conclusión de Beremiz:

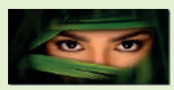
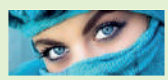
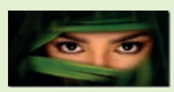
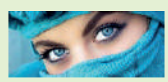
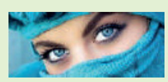
	Color de ojos	Respuestas
Esclava A		Dice la verdad
Esclava B		Miente
Esclava C		Dice la verdad
Esclava D		Miente
Esclava E		Miente

Tabla 4. Resultado del problema.

Es evidente que el autor de la obra escogió este caso para el finalizar la misma con el deseo de cerrarlo con broche de oro, por la belleza del problema.

Generalización.

Previo a la generalización del problema, se puede observar lo siguiente:

- El método utilizado por el calculista no siempre permite resolver el problema. Él acertó por pura casualidad. En efecto, Si los ojos de A fuesen azules (aún admitiendo que B tenga ojos azules y C negros), él sólo podría concluir que, entre D y E, una tiene ojos azules y la otra negra. Pero no podría decir cuál de ellas. Tiene un 50% de acertar.

- Si Beremiz fuese más experto, aplicaría un método infalible para resolver el problema, haciendo apenas una sola pregunta. Por decir a la esclava A: ¿Cuál es el color de ojos de cada una de ustedes?

  Como hay 3 esclavas de ojos azules y 2 de ojos negros, sólo habría dos respuestas posibles. Si A tuviese ojos negros su respuesta diría dos de ojos negros y tres de ojos azules, sería la respuesta correcta. Si A tuviese ojos azules, su respuesta mencionaría tres esclavas de ojos negros y dos de ojos azules, basta con invertir su respuesta para obtener la verdad.

Para generalizar el problema, se toma en cuenta la solución planteada por Beremíz y la dada en el inciso 2) donde se hace uso de una información aparentemente esencial: cuántas esclavas de ojos azules y cuántas de ojos negros existen en el grupo.

Primero supóngase que se omite esa información. Se tiene n esclavas, cuyos ojos son azules o negros. Las primeras nunca dicen la verdad, las otras no mienten. Puede haber de 0 a n esclavas de ojos azules; tampoco se proporciona el número de esclavas de ojos negros. Aún así, aún es posible determinar el color de ojos de cada una de las esclavas por medio de una única pregunta. "Si mi amigo le preguntase cuál es el color de los ojos de cada una de las n, ¿qué le respondería usted?".

La respuesta de A para mí sería en atribuir a cada esclava un color de ojos determinado. Pues bien, indistintamente el color de los ojos de A, fuese ella mentirosa o no, el color de ojos de cada esclava sería exactamente aquel dado por su respuesta a mí (Lages, 1998).

RESULTADOS

Para aquellos que leyeron la obra *El Hombre que Calculaba* convendrán con el autor de este artículo, que presentar soluciones analíticas y gráficas a problemas que se encuentran en todo el contenido del libro no son nada simples ni sencillos a primera vista.

Los resultados son nuevos y novedosos en todos los problemas seleccionados, construir soluciones en base a varias ejercitaciones es un tanto tedioso pero gratificante cuando se logra el objetivo. La representación gráfica es desde ya un aporte importante para una mejor interpretación del procedimiento y/o resultado en cuestión.

Por ejemplo, aplicar interpolación para resolver con mayor exactitud el **P 3.,** es un resultado muy valorable por la rigurosidad del mismo.

CONCLUSIONES

Se utilizó diferentes métodos para la resolución de los problemas selectos que se presenta en este trabajo.

El análisis, resolución, representación gráfica y generalización deja claro el logro del objetivo primordial del trabajo.

El autor quiere dejar establecido que en ningún momento pretende minimizar el importante aporte del libro, que sirvió para muchos como una motivación especial y así abrazar el hermoso y bello mundo de las matemáticas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Carrasco, L. (2007). *Métodos Numéricos Aplicados a la Ingeniería.* 2da. Edición. RFG.

- Cohen, M. A. (1997). *Análisis Numérico*. Reverté.

- Lages, E. (1998). *Mi Profesor de Matemática.* IMPA.

- Tahan, M. (2010). *El Hombre que Calculaba*. 31° Edición. RBA LIBROS.

- Valente, S. (1998). *Diccionario de Matemáticas*. 4ta. Edición. Addison Wesley Longman.